Universidad Nacional de Ingeniería
Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica
Departamento Académico de Ciencias Básicas **Ciclo 2024-II**

[Curso: Ecuaciones Diferenciales - BMA05 - MNOP]

Práctica Calificada 01

---

1. Resolver:

   a) $x(x^2+1)y'' + 3y' - 6xy = 0$

   b) $(x^2-1)y'' + 4xy' + 2y = 0$

2. Resolver:
$$2y^{(4)} - 12y^{(3)} + 23y^{(2)} - 14y^{(1)} = 12\sin^2(t)\cos(t)$$

3. Demostrar que:
$$\frac{1}{(D^2+a^2)^3}\left[\cos(ax)\right] = \frac{-x^3}{48a^3}\sin(ax), \quad a \neq 0$$

4. Resolver:
$$xy'' - 2y' + x^5 y = x^5\sin(3x^3) + x^{11}e^{-2x^3} + x^8 2^{x^3}$$

5. Resolver:
$$8x^3y''' + 12x^2y'' - 6xy' + (8x^3+3)y = 8x^3\sqrt{x}\cos(x)$$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA
DEPARTAMENTOS ACADÉMICOS
CURSO: ECUACIONES DIFERENCIALES

Ciclo Académico: 2024-2
Fecha: 01/10/24
Duración: 2horas
COD. CURSO: BMA05MNOP

TIPO DE PRUEBA: **PRACTICA No.** 2 **Ex. PARCIAL** **EX. FINAL** **EX. SUST.**

---

1. Resolver:

   a) $(3x+1)y'' - (12x+5)y' + 6(2x+1)y = 28(3x+1)^{4/3}e^{2x}$ **(3p)**

   b) $xy'' - (x+2)y' + 2y = x^3 + x$ **(3p)**

2. Resolver:

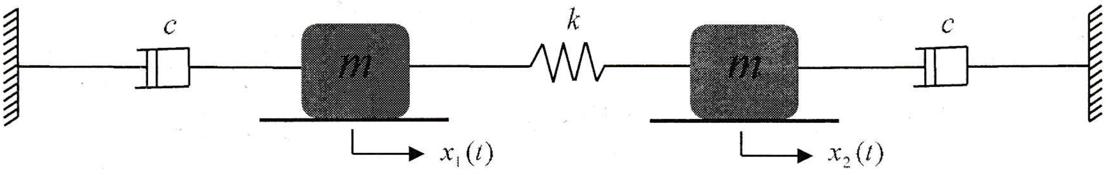
   Para a: $x = e^t$, $\ln x = t$ $\Big\}$ $[D(D-1)(D-2) - 6D(D-1) + 10D + 28]y = e^{9t}.3t.\,Senh(3t).Cosh(3t)$

   a) $x^3y''' - 6x^2y'' + 10xy' + 28y = x^9 ln(x^3) senh(ln(x^3)) \cdot cosh(ln(x^3))$ **(3p)**

   b) $[(4x+3)^5D^3 - 4(4x+3)^4D^2 + 8(4x+3)^3D + 64(4x+3)^2]y = (4x+3)^4 ln^3(4x+3)$ **(3p)**

   Para b: $4x+3 = e^t$, $\ln(4x+3) = t$ $\Big\}$ $[4^3.D(D-1)(D-2) - 4.4^2.D(D-1) + 8.4.D + 64].y = e^{2t}.t^3$

3. En el esquema mostrado, determine $x_1(t)$, $x_2(t)$
   si $x_1(0) = x_2(0) = 1$, $x_1'(0) = x_2'(0) = 2$, $k = 3m = c$ $(numericamente)$

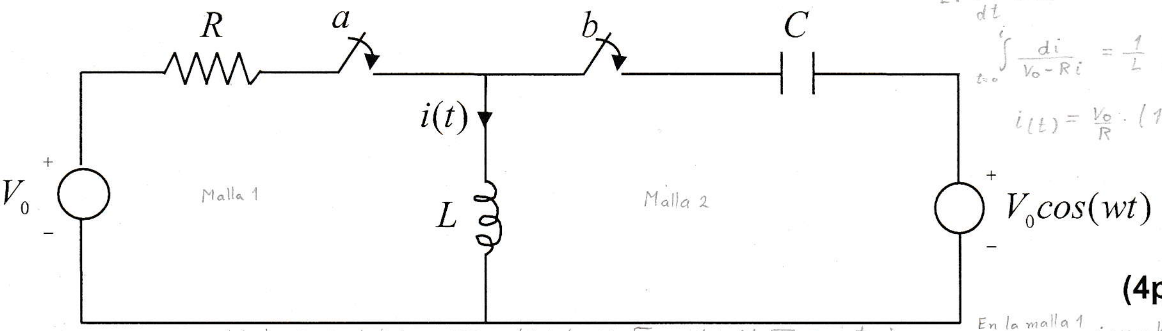


(4p)

4. En el circuito mostrado, el interruptor "a" se cierra en $t = 0$ mientras que el interruptor "b" permanece abierto. Luego de transcurrido un tiempo muy largo "b" se cierra y simultáneamente de abre "a". Determine a partir de este instante la corriente instantánea $i(t)$ y el voltaje en la bobina $v_L(t)$, asumiendo que el circuito entra en resonancia y C esta inicialmente descargado.

$V_{(t)} = L.\frac{di}{dt}$

Malla 1: $V_L + V = V_0$; $Li' + Ri = V_0$; $L.\frac{di}{dt} = V_0 - Ri$; $\int_{t=0}^{i} \frac{di}{V_0 - Ri} = \frac{1}{L}\int_{t=0}^{\infty} dt$; $i_{(t)} = \frac{V_0}{R}.(1 - e^{-(\frac{R}{L})t})$



(4p)

Malla 2, $t \to \infty$:
$V_L + V_C = V_0 Cos(wt)$
$L.i' + \frac{1}{C}.q = V_0.Cos\,wt$
$q'' + \frac{q}{LC} = \frac{V_0}{L}.Cos(wt)$
$\left(D^2 + \frac{1}{LC}\right).q = 0$
$r^2 + \frac{1}{LC} = 0 \Rightarrow r = \pm\frac{i}{\sqrt{LC}}$
$q_H(t) = C_1.Cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right) + C_2.Sen\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)$

Sol Particular
$\left(D^2 + \frac{1}{LC}\right).q = \frac{V_0}{L}.Cos(wt)$
$q_p(t) = \frac{V_0}{L}.\frac{1}{\left(D^2 + \frac{1}{LC}\right)}.Cos(wt)$
$q = \frac{V_0}{L}\frac{1}{\left(D^2 + \frac{1}{LC}\right)}.Cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right) = \frac{V_0}{L}.\frac{t.Sen\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{\frac{2}{\sqrt{LC}}}$
$q_p(t) = \frac{V_0\sqrt{LC}}{2L}.t.Sen\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)$

$q(t) = C_1.Cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right) + C_2.Sen\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right) + \frac{V_0.\sqrt{LC}}{2L}.Sen\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right).t = \frac{V_0}{R}.\sqrt{LC}.Sen\frac{t}{\sqrt{LC}} + \frac{V_0.\sqrt{LC}}{2L}.Sen\frac{t}{\sqrt{LC}}$

$i_{(t)} = \frac{dq}{dt} =$

En la malla 1: $t \to \infty \Rightarrow i(t) = \frac{V_0}{R}$
En la malla 2: $i(0) = \frac{V_0}{R} \Rightarrow q(0) = 0$, $q'(0) = \frac{V_0}{R}$
En $q(t) \Rightarrow C_1 = 0$, $C_2 = \frac{V_0}{R}\sqrt{LC}$

UNIVERSIDADNACIONAL DE INGENIERÍA
CULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA
DEPARTAMENTOS ACADÉMICOS

Ciclo Académico: 2024-2
Fecha: 15/10/24
Duración: 2 Horas

CURSO: _ECUACIONES DIFERENCIALES________ COD. CURSO: BMA05MNOP

TIPO DE PRUEBA: PRÁCTICA No [ ] EX. PARCIAL [X] EX. FINAL [ ] EX. SUST. [ ]

---

1. Resolver:

$$(cot^2x)y'' - cotx(cot^2x + 3)y' + (sec^4x)y = 2sec^8x \cdot tan^2x$$

(3p)

2. Resolver:

$$(x^2 - 27)y'' - 4xy' + 6y = (x^2 - 27)^3$$

(3p)

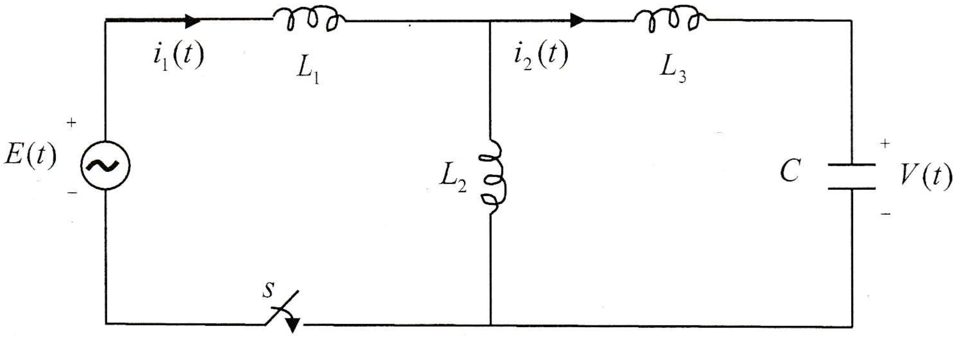
3. Resolver:

$$[(4x+5)^3D^4 + 16(x+5)D^2 - 16D]y = \frac{12}{4x+5}sen^2\big(ln(4x+5)\big)\,cos\big(ln(4x+5)\big) + 60y''$$

Si $y(-1) = 1$, $y'(-1) = 2$

(4p)

4. En el circuito mostrado, el interruptor "s" se cierra en $t = 0$ y las corrientes iniciales son nulas. Si $L_1 = L_2 = L_3 = 1/15$, $C = 10^{-3}$, $E(t) = 6sen(300t)$.
Determine $i_1(t)$ e $i_2(t)$ y $V(t)$ en el condensador.



(4p)

$a_n = \frac{1}{b_n}$

5. a) Determinar b_n en:

$$b_n \cdot b_{n+1} \cdot b_{n+2} + 3b_n \cdot b_{n+1} \cdot b_{n+3} + 3b_n \cdot b_{n+2} \cdot b_{n+3} + b_{n+1} \cdot b_{n+2} \cdot b_{n+3} = (-1)^n n^2 b_n \cdot b_{n+1} \cdot b_{n+2} \cdot b_{n+3}$$

$a_{n+3} + 3a_{n+2} + 3a_{n+1} + a_n = (-1)^n \cdot n^2$

Sol Part $a_n = (An^2 + Bn + C)\cdot(-1)^n$

(3p)

Sol Hom

$(E^3 + 3E^2 + 3E + 1)\,a_n = 0$

$r^3 + 3r^2 + 3r + 1 = 0$

$(r+1)^3 = 0$

$a_n = C_1\cdot(-1)^n + C_2\cdot(-1)^n\cdot n + C_2\cdot(-1)^n\cdot n^2$

b) Encontrar el n-ésimo término de la sucesión:

$$1\,,1\,,-1\,,7\,,-31\,,145\,,-673\,\cdots\cdots\cdots$$

$3T_n - 4T_{n+1} = T_{n+2}$

$T_{n+2} + 4T_{n+1} - 3T_n = 0$

$[E^2 + 4E - 3]\cdot T_n = 0$

$r^2 + 4r - 3 = 0$

$r = -2 \pm \sqrt{7}$

$T_n = C_1\cdot(-2+\sqrt{7})^n + C_2(-2-\sqrt{7})^n$

Hallando C_1 y C_2

$T_0 = 1 = C_1\cdot(\quad)^0 + C_2\cdot(\quad)^0$

$T_1 = 1 = C_1(\quad) + C_2(\quad)$

(3p)

$C_1 = \frac{3\sqrt{7}+7}{14}$; $C_2 = \frac{7-3\sqrt{7}}{14}$

$T_n = \left(\frac{3\sqrt{7}+7}{14}\right)\cdot(-2+\sqrt{7})^n + \left(\frac{7-3\sqrt{7}}{14}\right)\cdot(-2-\sqrt{7})^n$

$P_n(x) = \frac{1}{2^n . n!} . D^n(x^2-1)^n$ $\int_{-1} P_n^2(x)dx = \frac{2}{2n+1}$ $\int_{-1} P_n(x)\,dx = 0$ $\int_{-1} P_m(x) . P_n(x)\,dx = 0$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA
DEPARTAMENTOS ACADÉMICOS

Ciclo Académico: 2024-2
Fecha: 29/10/24
Duración: 2 horas

CURSO: ECUACIONES DIFERENCIALES **COD.CURSO: BMA05MNOP**

TIPO DE PRUEBA: **PRACTICA No.** 3 **Ex. PARCIAL** **EX. FINAL** **EX. SUST.**

1. Resolver mediante series de potencias alrededor de $x_0 = 0$:

$$(x^2+1)y'' - 31x\left[\int_{-1}^{1} 6P_{46}^2(x)\,dx\right]y' + 9\left[\int_{-1}^{1} 9P_{13}^2(x)\,dx\right]y = (x^2+1)^3$$

(4p)

$t = e^{-3x} \longrightarrow t^{-2}-1 = e^{6x}-1$, $t^{-2}+1 = e^{6x}+1$

2. Resolver mediante series de potencias en términos de Legendre:

$\frac{dt}{dx} = -3e^{-3x}$, $\frac{d^2t}{dx^2} = 9e^{-3x}$

$y'_x = t'_x . y'_t = -3e^{-3x} . y'_t = -3t . y'_t$

$y''_x = t''_x . y'_t + (t'_x)^2 . y''_t = 9e^{-3x} . y'_t + 9e^{-6x} . y''_t = 9t\,y'_t + 9t^2 y''_t$

$$2(e^{6x}-1)\left[\int_{-1}^{1} 63P_{10}^2(x)\,dx\right]y'' + 9(e^{6x}+1)\left[\int_{-1}^{1} 15x^2P_2(x)\,dx\right]y' + 4536y = 0$$

$(1-t^2)y''_t - 2t\,y'_t + 6.7\,y_t = 0$ $n = 6 \rightarrow$ par

(4p)

3. Sea f una función definida por:

$$f(x) = c_0P_0(x) + c_1P_1(x) + c_2P_2(x) + \cdots\cdots c_nP_n(x)$$

Donde $P_i(x)$ son polinomios de Legendre y c_i: constantes reales arbitrarias $\forall i$: $0 \le i \le n$

Demostrar que:

$$c_n = \left(\frac{2n+1}{2}\right)\int_{-1}^{1} f(x)P_n(x)\,dx \quad , \quad n \ge 0$$

(4p)

4. Resolver alrededor de $x_0 = -1$:

$$(x^2-1)y'' + \left[x + 15\int_{-1}^{1} P_7^2(x)\,dx - 1\right]y' + 2x^3y = 0$$

(4p)

5. Resolver alrededor de $x_0 = 0$:

$\int_{-1}^{1} P_{46}^2(x)\,dx = \frac{2}{93}$

$\int_{-1}^{1} P_{13}^2(x)\,dx = \frac{2}{27}$

$$2xy'' + 31\left[\int_{-1}^{1} 6P_{46}^2(x)\,dx\right]y' - 3x\left[\int_{-1}^{1} 9P_{13}^2(x)\,dx\right]y = 2sech^2(x)$$

(4p)

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA
DEPARTAMENTOS ACADÉMICOS

Ciclo Académico: 2024-2
Fecha: 19/11/24
Duración: 2 horas

CURSO: ECUACIONES DIFERENCIALES **COD.CURSO: BMA05MNOP**

TIPO DE PRUEBA: PRACTICA No. 4 Ex. PARCIAL EX. FINAL EX. SUST.

1. Demostrar que:

$$J_{\frac{3}{2}}(x)+J_{-\frac{3}{2}}(x)=\left(\frac{2}{\pi x}\right)^{\frac{1}{2}}\left[(1-x)\frac{senx}{x}-(1+x)\frac{cosx}{x}\right]$$

(2p)

✓2. Resolver alrededor $x_0=0$ en términos de Bessel con la condición de que la solución sea continua en $x=0$ e $y(9)=8$.

$$y''+\left[\int_0^{\frac{1}{x}}uJ_0(6ux)J_0(8ux)du\right]y'+\left[4x^2+\left(-\frac{65}{64}\right)\frac{1}{x^2}\right]y=0$$

(3p)

✓3. Calcular $F(s)$ en:

$f(t)\begin{cases}K; & 0<t<a\\ 2K; & a<t<2a\\ 3K; & 2a<t<3a\\ \vdots & \vdots\end{cases}$

$f(t)=f_1\cdot\mu(t)+(f_2-f_1)\mu(t-a)+(f_3-f_2)\cdot\mu(t-2a)+\cdots$

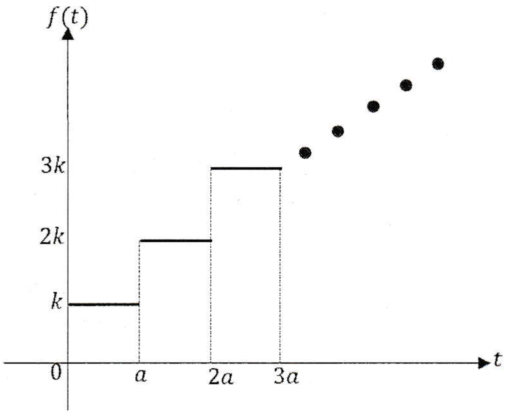
$f(t)=K\cdot\mu(t)+K\cdot\mu(t-a)+K\cdot\mu(t-2a)+\cdots$

$\mathcal{L}[f(t)]=e^{-0s}\cdot\frac{K}{s}+e^{-as}\cdot\frac{K}{s}+e^{-2as}\cdot\frac{K}{s}+e^{-3as}\cdot\frac{K}{s}+\cdots$

$F(s)=\frac{K}{s}\cdot(1+e^{-as}+e^{-2as}+e^{-3as}+\cdots)$

$F(s)=\frac{K}{s}\cdot\sum_{n=0}^{\infty}e^{-as\cdot n}$

$F(s)=\frac{K}{s}\cdot\frac{1}{(1-e^{-as})}$



(2p)

4. Calcular:

$\cdot\ cscht=\frac{2}{e^t-e^{-t}}=\frac{2e^{-t}}{1-e^{-2t}}$

$\mathcal{L}[cscht]=\mathcal{L}[2\cdot e^{-t}\cdot\frac{1}{1-e^{-2t}}]=\mathcal{L}[2e^{-t}\sum_{n=0}^{\infty}(e^{-2t})^n]$

$\mathcal{L}[cscht]=2\mathcal{L}[\sum_{n=0}^{\infty}e^{-t(2n+1)}]$

$F(s)=2\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{s+(2n+1)}$

$\mathcal{L}[t^2cscht]=(-1)^2\frac{d}{ds^2}(F(s))$

$a)$ $$\mathcal{L}\left[t\int_0^1\frac{x^4\cos(tx^2)+t^{-2}e^{-tx^2}sen(tx^2)}{x}dx\right]$$

(3p)

✓$b)$ $$\mathcal{L}\left[t^2cscht+t^3e^{4t}\int_{3t}^{+\infty}\frac{e^{-3u}}{u}du\right]$$

$\int_{3t}^{\infty}\frac{e^{-3u}}{u}\cdot du=\int_0^{\infty}\frac{e^{-3u}}{u}\cdot du-\int_0^{3t}\frac{e^{-3u}}{u}\cdot du$

$\int_0^{\infty}\frac{e^{-3u}}{u}\cdot du=\int_s^{\infty}\frac{1}{x}\cdot dx=Ln\,x\Big|_s^{\infty}=Ln\,\infty-Ln\,s$ $= diverge$

$s\to 3$

(3p)

$c)$ $$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{\sqrt[5]{s^3}(e^{4s}+1)}+\frac{(s-1)e^{-7s}}{(s^2-4s+8)^3}\right]$$

(3p)

5. Calcular:

Se sabe:

$a)$ $$\int_0^{+\infty}\frac{sen(4x)}{(x^2+81)^2}dx$$ **(2p)**

✓$b)$ $$\int_0^{+\infty}xsen(x^3)dx$$ **(2p)**

UNIVERSIDADNACIONAL DE INGENIERÍA
CULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA
DEPARTAMENTOS ACADÉMICOS

Ciclo Académico: 2024-2
Fecha: 03/12/24
Duración: 2 Horas

CURSO: ECUACIONES DIFERENCIALES **COD. CURSO: BMA05MNOP**

TIPO DE PRUEBA: **PRÁCTICA No** 5 **EX. PARCIAL** **EX. FINAL** **EX. SUST.**

$f(t)=\int_0^\infty J_0(2\sqrt{tu})\,.\,J_0(u/4)\,.du$

$F(s)=\int_0^\infty e^{-st}\int_0^\infty J_0(2\sqrt{tu})\,J_0(u/4)\,du.ds=\int_0^\infty J_0(u/4).\int_0^\infty e^{-st}.J_0(2\sqrt{tu})dt.du=\int_0^\infty J_0(u/4).L[J_0(2\sqrt{tu})]\,du=\int_0^\infty \frac{1}{s}.e^{-u/s}.J_0(u/4)du=\frac{1}{s}.L[J_0(t/4)]_{s\to\frac{1}{s}}$

1. Calcular:

$*L[J_0(2\sqrt{tu})]=L\left[\sum\frac{(-1)^n}{n!.n!}.\left(\frac{2\sqrt{tu}}{2}\right)^{2n}\right]=L\left[\sum\frac{(-1)^n}{n!\,n!}.u^n.t^n\right]$

$L[J_0(2\sqrt{tu})]=\sum\frac{(-1)^n u^n}{n!\,n!}L[t^n]=\sum\frac{(-1)^n.u^n.n!}{n!.n!\;s^{n+1}}=\sum\frac{1}{s}.\left(-\frac{u}{s}\right)^n.\frac{1}{n!}$

$L[J_0(2\sqrt{tu})]=\frac{1}{s}.e^{-u/s}$

$F(s)=\frac{1}{s}.\frac{1}{\sqrt{(\frac{1}{s})^2+(\frac{1}{4})^2}}=\frac{4}{\sqrt{s^2+16}}$

$$\int_0^{+\infty} J_0\big(2\sqrt{7\pi u}\big)\,J_0(u/4)\,du$$

$f(t)=4.L^{-1}\left[\frac{1}{\sqrt{s^2+16}}\right]=4.J_0(4t)$

(3p)

Para $t=7\pi \longrightarrow 4.J_0(28t)=\int_0^\infty J_0(2\sqrt{7\pi u}).J_0(u/4).du$ // Rpta

2. Calcular $F(s)$ si:

$*e^{-u/s}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-u/s)^n}{n!}$

$$f(t)=(5cos(3t)+3e^{-2t}-3)\delta'''(t)$$

(4p)

$y''(t)-16\int_0^t(t-u).y(u)\,du=3t$

3. Resolver, usando Transformada de Laplace:

$L[y''(t)]-16\,L\left[\int_0^t(t-u).y(u)\,du\right]=3.L[t]$

$s^2.Y(s)-sf(0)-f'(0)-16\,L[t].L[Y(u)]=3.L[t]$

$s^2\,Y(s)-16.\frac{1!}{s^2}.Y(s)=3.\frac{1!}{s^2}$

$Y(s)=\frac{3}{s^4-16}=3.\frac{1}{(s^2-4)(s^2+4)}=\frac{s^2+4-(s^2-4)}{(s^2-4)(s^2+4)}.\frac{1}{8}.3$

$$y''(t)+16\int_0^t (u-t)\,y(u)du=3t \quad , \quad y(0)=y'(0)=0$$

$Y(s)=\frac{3}{s^4-16}$

$Y(s)=\frac{3}{8}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{2}{s^2-2^2}\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{2}{s^2+2^2}\right)\right)$

Laplace inversa

$y(t)=\frac{3}{8}\left(\frac{1}{2}\,Senh2t-\frac{1}{2}\,Sen2t\right)$ //

(3p)

4. Reduciendo previamente a un sistema de E.D.L. de primer orden, resolver usando métodos matriciales:

$$x'''-y''-x=y \quad , \quad x(0)=1 \quad , \quad x'(0)=-2 \quad , \quad x''(0)=-1$$
$$y'''+x'+2x+3y=0 \quad , \quad y(0)=1 \quad , \quad y'(0)=2 \quad , \quad y''(0)=-1$$

(5p)

5. Resolver: $X'(t)=AX(t) \quad , \quad A=\begin{pmatrix} B & 0 \\ 0 & D\end{pmatrix}$

$$B=\begin{pmatrix} 7 & 5 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 12 & 10 & -5 & 4 \\ -4 & -4 & 2 & -1 \end{pmatrix} \quad , \quad D=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

(5p)

UNIVERSIDADNACIONAL DE INGENIERÍA
CULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA
DEPARTAMENTOS ACADÉMICOS

Ciclo Académico: 2024-2
Fecha: 10/12/24
Duración: 2 Horas

CURSO: _ ECUACIONES DIFERENCIALES **COD. CURSO: BMA05MNOP**

TIPO DE PRUEBA: **PRÁCTICA No** [ ] **EX. PARCIAL** [ ] **EX. FINAL** [X] **EX. SUST.** [ ]

---

1. Resolver mediante series de potencias alrededor de $x_0 = 1$:

$$(x^2-1)x^2y'' - (x^2+1)y' + (x^2+1)y = x^4 - 1$$ **(4p)**

2. Calcular $f(t)$ si:

$$F(s) = \frac{1}{\sqrt[5]{s^7}}\left(e^{-2/s} + \frac{1}{1-e^{5s}}\right)$$

(3p)

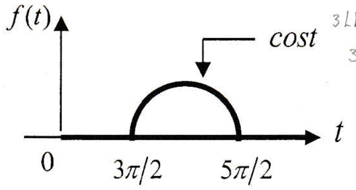
3. Resolver, usando Transformada de Laplace:

$$3y''(t) + 32\int_0^t (u-t)^3\, y(u)du = 3f(t)\ ,\quad y(0) = y'(0) = 0$$

$3y''(t) - 32\int_0^t (t-u)^3 y(u)\,du = 3\int_{3\pi/2}^{5\pi/2} \cos t$

(3p)

Donde



$3L[y''(t)] - 32\,L[\int_0^t (t-u)^3 y(u)\,du] = 3\,L[\int_{3\pi/2}^{5\pi/2} \cos t] = 3\int_{3\pi/2}^{5\pi/2} e^{-st}\cos t\,dt$

$3[s^2 Y(s) - s f(0) - f'(0)] - 32\,L[t^3][Y(u)] = 3\left(\frac{e^{-\frac{5\pi}{2}s} + e^{-\frac{3\pi}{2}s}}{(s^2+1)}\right)$

$3 s^2 Y(s) - 32\cdot\frac{3!}{s^4}\cdot Y(s) = 3(\quad)$

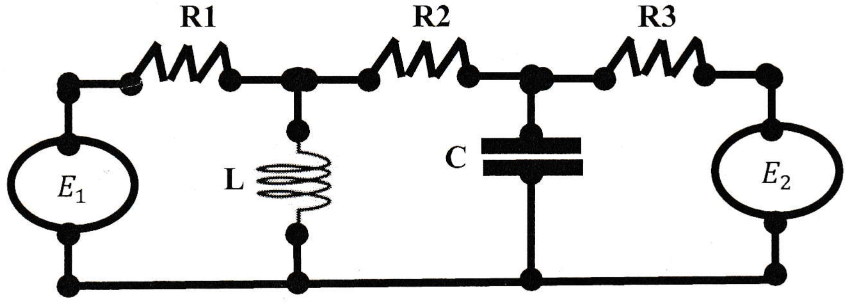
$Y(s) = \frac{s^4}{(s^6-64)}\cdot\frac{(e^{-\frac{5\pi}{2}s} + e^{-\frac{3\pi}{2}s})}{(s^2+1)} = \frac{s^4}{(s^2-4)(s^4+4s^2+16)(s^2+1)}\cdot(e^{-\frac{5\pi}{2}s} + e^{-\frac{3\pi}{2}s})$

$(s^2+2s+4)(s^2-2s+4)$

4. Determine las tres corrientes de las mallas del circuito mostrado, donde:

$E_1 = 50e^{-t}u(t-1)\quad ,\quad E_2 = 40e^{-t}u(t-1)$

$R_1 = 12\Omega\ ,\ R_2 = 15\Omega\ ,\ R_3 = 18\Omega\ ,\ C = 1f\ ,\ L = 2H$



(3p)

5. Reduciendo previamente a un sistema de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden, resolver matricialmente:

$$X''(t) = \begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}X'(t) + \begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}X(t)\ ,\quad X(0) = X'(0) = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

(3p)

6. Resolver: $X'(t) = AX(t)\ ,\ A = \begin{pmatrix}B & O\\ O & D\end{pmatrix}$

$$B = \begin{pmatrix}-5 & -6 & 3 & -2\\ 4 & 5 & -2 & 0\\ -8 & -7 & 5 & -4\\ -1 & 0 & 1 & 3\end{pmatrix}\ ,\quad D = \begin{pmatrix}7 & 4 & 5\\ 3 & 8 & 5\\ -2 & -3 & 1\end{pmatrix}$$

(4p)

UNIVERSIDADNACIONAL DE INGENIERÍA
CULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA
DEPARTAMENTOS ACADÉMICOS

Ciclo Académico: 2024-2
Fecha: 17/12/24
Duración: 2 Horas

CURSO: ECUACIONES DIFERENCIALES **COD. CURSO: BMA05MNOP**

TIPO DE PRUEBA: PRÁCTICA No [ ] EX. PARCIAL [ ] EX. FINAL [ ] EX. SUST. [X]

1. Resolver:

$$xy'' + 2y' - xy = sech^2(x) + csch^2(x)$$

(4p)

$b_n = Sen\left(\frac{n\pi}{4}\right) y_n$

$b_{n+2} = Cos \frac{n\pi}{4} \cdot y_{n+2}$

$b_{n+4} = -Sen \frac{n\pi}{4} \cdot y_{n+4}$

2. Determine la sucesión y_n en:

$$y_{n+4} + 2\cot\left(\frac{n\pi}{4}\right) y_{n+2} - y_n - 8n^2 sen\left(\frac{n\pi}{2}\right)\cos\left(\frac{n\pi}{4}\right) = 0$$

$-b_{n+4} + 2\,b_{n+2} - b_n = 8n^2 . Sen \frac{n\pi}{2} . Cos \frac{n\pi}{4} . Sen \frac{n\pi}{4} = 4n^2 . Sen \frac{n\pi}{2} . Sen \frac{n\pi}{2} = 2n^2 - 2n^2 . Cos\, n\pi$

(3p)

3. Demostrar que:

$$\int_0^1 x\, J_0(\alpha x) J_0(\beta x)\, dx = 0 \quad , \quad \alpha \neq \beta$$

(4p)

4. Calcular:

$$a) \quad \int_0^{+\infty} \frac{e^{x^{-3}} sen(1/2x^3)}{x} dx$$

(2p)

$$b) \quad \mathcal{L}\left[\int_t^{+\infty} \frac{e^{u^2} sen(u^2/2)}{u^3} du\right]$$

(3p)

5. Resolver: $X'(t) = AX(t) + f(t) \quad , \quad A = \begin{pmatrix} B & O \\ O & D \end{pmatrix}$

$$B = \begin{pmatrix} 9 & 6 & -3 & 2 \\ -4 & -1 & 2 & 0 \\ 8 & 7 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad , \quad D = \begin{pmatrix} 5 & -3 & -2 \\ 8 & -5 & -4 \\ -4 & 3 & 3 \end{pmatrix} \quad , \quad f(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ t \\ t^2 \\ t^3 \\ e^t \\ sent \\ cost \end{pmatrix}$$

(4p)